Ejemplo:

Un auto recorre 30 kilómetros en 40 minutos.
Si mantiene la misma velocidad, ¿cuántos kilómetros recorre en una hora?

$$velocidad = \frac{distancia}{tiempo} = \frac{30\ km}{40\ min} = 0.75\frac{km}{min}$$

$$velocidad = 0.75\frac{km}{min} * \frac{60\ min}{1\ hr} = \frac{3}{4} * (4 * 15) = 45\frac{km}{hr}$$

Con esta información podemos determinar la distancia recorrida por el auto durante un tiempo en específico. **OJO:** ***estar pendiente a las unidades.***

¿Cuántos kilómetros recorres en 45 minutos?

$$velocidad = 0.75\frac{km}{min} * 45min = \frac{3}{4} * 45 = \boldsymbol{33.75km}$$

1. Si 7w + 7 = 70, entonces w =

Para resolver un problema de este tipo, lo mejor es empezar a pasar todos los términos que contienen la variable (letra) desconocida a un lado, y los números al otro lado. **OJO: Siempre que se pasa un término de un lado a otro, se le cambia el signo.**

$7w + 7 = 70$

$7w = 70 - 7$ Se pasa el número 7 al lado derecho de la igualdad con el signo negativo

$7w = 63$ Para dejar la w sola, se tiene que dividir a ambos lados por 7, para cancelarlo

$\boldsymbol{w = \frac{63}{7} = 9}$

2. Si Julia gana $72 por un día completo de trabajo, ¿cuánto dinero recibirá por trabajar $^3/_4$ de un día completo?

$$\boldsymbol{72\left(^{\$}/_{día}\right)\left(\frac{3}{4}\right) día = \$54}$$

Es simplemente multiplicar lo que ella gana en un día, por la fracción por la fracción que trabajará del día. Es bien importante velar que las unidades se cancelen y nos quede la que buscamos.

3. Resuelve: $\sqrt{9} + \sqrt[3]{(-8)}$ También puede escribirse como: $9^{1/2} + (-8)^{1/3}$

$3 + \sqrt[3]{(-2)^3}$

Raíz cuadrada de 9, es 3. Y cambiamos el (-8) por la expresión de $(-2)^3$ para cancelar el radical

$3 + (-2) = 3 - 2 = \mathbf{1}$

4. Resuelve $(x^7 y^{-8})^{-7}$

$\left(x^{7.(-7)} y^{-8.(-7)}\right)$ El primer paso es pasar adentro, el (-7) y multiplicarlos por ambos exponentes.

$(x^{-49} y^{56})$ Se multiplica de forma normal, teniendo en cuenta la regla de los signos en multiplicación: (-) x (+) = (-); (-) x (-) = (+)

$\boldsymbol{\frac{y^{56}}{x^{49}}}$ La variable con el exponente negativo, se pasa a la parte de abajo con el signo (+).

5. De los siguientes números, ¿cuál es el menor?

(A) 0.50
(B) 0.05
(C) 0.500
(D) 0.005

La respuesta correcta es la letra (D), ya que es el número que mas ceros a la derecha del punto tiene, y antes del número diferente de 0.

6. En una mezcla de azúcar y canela, la razón entre el número de onzas de azúcar y el número de onzas de canela es de 15 a 1. ¿Cuántas onzas de canela hay en 32 onzas de la mezcla?

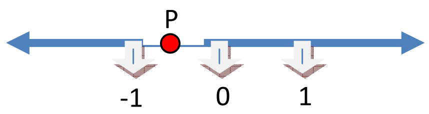
Azúcar + Canela = Mezcla
15oz + 1oz = 16oz
30oz + 2oz = 32oz Esta ecuación se obtiene al multiplicar la primera ecuación por 2.

De esta forma obtenemos que las onzas de canela sean 2.

7. Si 8,523 = 8,000 + x + 20 + 3, entonces; x=

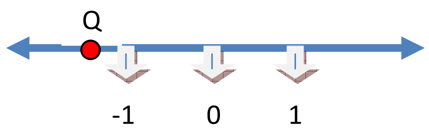
8,523 = 8,023 + x
8,523 – 8,023 = x En este paso se pasaron los números a un extremo de la igualdad (signo =)
500 = x ; El propósito de este problema, es que lo trates de resolver de mente, y creas que es 50.

8.



El punto P está sobre la recta numérica anterior. La coordenada de P es p. Si la coordenada del punto Q es $\frac{1}{p}$, ¿cómo se representaría mejor el punto Q utilizando la misma recta?

Como el punto P está entre -1 y el 0, eso significa que el punto es pequeñito y negativo. Si el punto Q es el inverso del punto P, eso quiere decir que sigue con el mismo signo, pero un valor muy grande. Por lo tanto, el punto Q se encuentra al lado izquierdo del -1:



9. Si x= -2, entonces $\frac{6-x+x^2}{x} =$

$$\frac{6-(-2)+(-2)^2}{(-2)} = \frac{6+2+4}{-2} = \frac{12}{-2} = \mathbf{-6}$$

Este problema consiste solamente de substituir la variable x por el valor de (-2).

OJO: siempre es importante utilizar paréntesis para no equivocarnos con los signos.

10. Si $b \neq 0$, ¿cuál de las siguientes expresiones es equivalente a $1 - \frac{a}{b}$?

(A) $\frac{1-a}{b}$ = $\frac{1}{b} - \frac{a}{b}$

(B) $\frac{b-a}{b}$ = $\frac{b}{b} - \frac{a}{b}$ = $\mathbf{1 - \frac{a}{b}}$ **respuesta correcta**

(C) $\frac{a+b}{b}$ = $\frac{a}{b} + \frac{b}{b}$ = $\frac{a}{b} + 1$

(D) $\frac{a-b}{b}$ = $\frac{a}{b} - \frac{b}{b}$ = $\frac{a}{b} - 1$

11. Si K y L son enteros positivos y $(2)^2(3)^2(5)K = L^2$,

¿Cuál es el valor mínimo posible de K?

Ya que K y L son enteros positivos, el valor mínimo de K debe ser 5, para que se convierta la ecuación en: $(\mathbf{2})^{\mathbf{2}}(\mathbf{3})^{\mathbf{2}}(\mathbf{5})^{\mathbf{2}} = \boldsymbol{L}^{\mathbf{2}}$; de esta forma nos aseguramos que K y L sean enteros y positivos.

12. Si $\frac{1}{3}$ de la longitud de una barra mide 6 unidades, entonces $\frac{1}{4}$ de la longitud de la misma barra mide:

Si X es la longitud total de la barra, y sabemos que:

$\frac{1}{3}X = 6$ Multiplicamos por 3 a ambos lados para dejar la X sola.

$X = 6 * 3 = 18\, unidades$

Por lo tanto $\boldsymbol{\frac{1}{4}X = \frac{1}{4}(18) = \frac{9}{2}}$

13. Al comienzo de cierta clase había un total de 180 estudiantes, de los cuales 50 por ciento eran hombres. Después de una semana 20 hombres más se unieron a la clase de forma tal que actualmente hay un total de 200 estudiantes en la clase. ¿Qué tanto por ciento de los estudiantes que hay actualmente en la clase son hombres?

Hombres inicialmente = 180*50% = 180*0.50 =180*$\frac{1}{2}$ = 90

Hombres después de una semana = 90 + 20 = 110.

Por ciento de hombres al finalizar = $\boldsymbol{\frac{110}{200} * 100\% = 55\%}$

14. En el cuadrado PQRS, la longitud de la diagonal PR = $\sqrt{32}$. ¿Cuál es la longitud de uno de los lados del cuadrado?

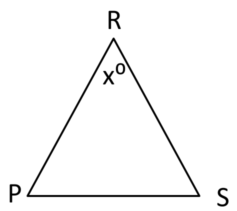
$(PQ)^2 + (QR)^2 = (PR)^2$; NOTA: En un cuadrado los lados son iguales, por lo tanto PQ = QR

$(PQ)^2 + (PQ)^2 = (\sqrt{32})^2$ El radical se pierde, ya que está al cuadrado y queda solo 32.

$2(PQ)^2 = 32$ Ahora para dejar solo $(PQ)^2$, hay que dividir por 2 a ambos lados.

$(PQ)^2 = 16$ Se obtiene la raíz cuadrada a ambos lados.

$\boldsymbol{PQ = 4}$



15. En la figura anterior, $PR = RS$ y el ángulo R mide X grados. La medida del ángulo S, en grados, es

En un triángulo la suma de los 3 ángulos es 180 grados.

$y + y + x = 180$

$2y + x = 180$

$2y = 180 - x$ Se deja el ángulo $\boldsymbol{y}$ a un lado y se pasa todo lo demás al otro, y se divide todo entre 2.

$$\boldsymbol{y = \frac{180 - x}{2} = 90 - \frac{x}{2}}$$

16. Si $x = -1$, entonces $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 =$

$(-1)^5 + (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2$ Simplemente se substituye el valor (-1) donde haya una x

$(-1) + (1) + (-1) + (1)$ Como es (-1) si el exponente es impar se queda con el signo, si no, cambia

= 0

17. Pedro y Mario ganan lo mismo por hora de trabajo. La semana pasada, Pedro trabajó 34 horas y ganó un total de $204 mientras que Mario trabajó x horas y ganó un total de $156. ¿Cuál es el valor de x?

$\$/_{Hr}\,Pedro = \$/_{Hr}\,Mario$

$Pedro$: $\$/_{Hr} = {}^{204}/_{34} = {}^{\$6}/_{Hr}$

$$\boldsymbol{x} = \frac{\$\mathbf{156}}{\$\mathbf{6}/_{\boldsymbol{Hr}}} = \mathbf{26}\ \boldsymbol{Hr}$$

18. Si $x = 3$, $y = 16$, entonces $xy - 5x - 14 =$

$xy - 5x - 14$ Substitución simple por las respectivas variables

$(3)(16) - 5(3) - 14$

$48 - 15 - 14$

$48 - 29 = \mathbf{19}$

19. En el plano xy, las gráficas de las ecuaciones $y = 2x + 5$, $y = 3x^2 - c$ intersecan al eje $\boldsymbol{y}$ en el mismo punto. ¿Cuál es el valor de $\boldsymbol{c}$?

Las rectas intersecan al eje de $\boldsymbol{y}$ cuando $x = 0$

$y = 2x + 5$ En la primera ecuación se substituye el valor de x por 0, y se obtiene el de $\boldsymbol{y}$

$y = 2(0) + 5 = 5$ Con $x = 0, y = 5$ el punto es (0,5)

$y = 3x^2 - c$ En la segunda ecuación se substituye la x por 0, y la $\boldsymbol{y}$ por 5 para obtener $\boldsymbol{c}$

$5 = 3(0)^2 - c$

$\boldsymbol{c} = -\mathbf{5}$

20. ¿Cuál de los siguientes números es divisible por 3?

(A) 1411 Al dividirlo entre 3 = 470.33

(B) 2033 Al dividirlo entre 3 = 677.66

(C) 2352 Al dividirlo entre 3 = 784 No genera números a la derecha del punto.

(D) 2417 Al dividirlo entre 3 = 805.66

21. Una cierta compañía produce el mismo número de pares de zapatos cada día. La compañía produce 1,440 pares de zapato en 9 días. Si la compañía produjera 80 pares de zapatos más cada día, ¿cuántos días tardaría en producir 1,440 pares de zapatos?

X = producción de pares de zapatos por día

$X = \frac{1{,}440\ pares\ de\ zapatos}{9\ días} = 160\ {}^{pares\ de\ zapatos}/_{día}$

$$\boldsymbol{días = \frac{1440\ pares\ de\ zapatos}{160 + 80\ {}^{pares\ de\ zapatos}/_{días}} = 6}$$

22. Si p es un número positivo, ¿cuál de las siguientes oraciones es (son) verdadera(s) para todos los números $a\ y\ b$?

I. $(a+p) + (b+p) > a+b$

$(a+b) + (p+p) > a+b$ Luego de reagrupar, se ve claramente que es verdadero, ya que al término $(a+b)$ se le está sumando $2p$, que es positivo, por ende, el lado izquierdo es mayor.

II. $\frac{(a+p)}{(b+p)} > \frac{a}{b}$ Falso, ya que no siempre el lado izquierdo es mayor, y lo comprobaremos:

$(a+p) * b > a * (b+p)$ 1er paso multiplicar cruzado como se muestra al lado izquierdo.

$ab + bp > ab + ap$ se cancela el término ab, ya que está a ambos lados

$bp > ap$ se divide entre p a ambos lados

$\boldsymbol{b > a}$ **resultado: para que sea cierta la ecuación inicial, $\boldsymbol{b}$ tiene que ser mayor que $\boldsymbol{a}$**

23. El promedio de cuatro notas es 90. Si tres de las notas son 86, 91 y 87, ¿cuál es la cuarta nota?

El promedio se obtiene sumando las notas y dividiendo el resultado entre la cantidad de notas.

$Promedio = \frac{86+91+87+X}{4}$ donde X es la nota desconocida.

$$90 = \frac{86+91+87+X}{4}$$

$90 * 4 = 86 + 91 + 87 + X$ se multiplica por 4 a ambos lados, para cancelar el del denominador.

$360 = 264 + X$ se pasan los números al lado izquierdo para dejar X sola.

$360 - 264 = X$ resta simple

$96 = X$ cuarta nota

24. ¿Cuál de los siguientes números es mayor?

(A) $9 - \sqrt{9} = 9 - 3 = 6$

(B) $1 + \sqrt{9} = 1 + 3 = 4$

(C) $\frac{\sqrt{9}}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

(D) $\sqrt{9} = 3$

25. Si a es el 80% de b y b es el 80% de c, ¿qué tanto por ciento se debe reducir c para obtener a?

$a = 0.8b, b = 0.8c$ la segunda ecuación se introduce en la primera

$a = 0.8(0.8)c = 0.64c$ en la primera ecuación donde haya $\boldsymbol{b}$, se coloca $\mathbf{0.8}\boldsymbol{c}$

Se debe reducir $1 - 0.64 = 0.36$ osea 36%

26. $2(2-7) + 5(3+1) =$

$(2*2 - 2*7) + (5*3 + 5*1) =$

$(4 - 14) + (15 + 5) =$

$(-10 + 20) = \mathbf{10}$

27. La distancia geográfica entre dos ciudades es de 200 kilómetros, y en un cierto mapa aparecen a una distancia de 8 centímetros. ¿Cuál es la distancia geográfica, en kilómetros, entre dos ciudades cuya distancia en el mapa es de 11 centímetros?

200Km = 8cm esta es la relación que existe entre la distancia real vs la del mapa.

$\frac{X}{200Km} = \frac{11cm}{8cm}$ Se establece la relación de lo dado con lo que se busca

$X = 200Km\frac{11}{8}$ Se multiplicó por 200 a ambos lados, para dejar X sola al lado izquierdo.

$X = 25Km * 8 * \frac{11}{8}$ Se simplifica el 200 para hallar el resultado de forma fácil.

$\boldsymbol{X = 25Km * 11 = 275Km}$

28. Si $f(x) = 2x + 4$ para todo valor de x, entonces $f(x-2) =$

$f(x) = 2x + 4$ en esta ecuación se debe substituir la x, por $(x-2)$

$f(x-2) = 2(x-2) + 4$

$f(x-2) = 2 * x - 2 * 2 + 4$

$f(x-2) = 2x - 4 + 4 = \boldsymbol{2x}$

29. El conjunto A consiste de todos los enteros positivos menores o iguales que 50. Si un número del conjunto A es escogido al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el número sea divisible por 12?

$A = \{1,2, \dots \dots ,50\}$

Los números divisibles por 12 son: $12, 24, 36, 48$ (4 posibilidades)

$Probabilidad = \frac{Posibilidades}{Total}$ = $\boldsymbol{\frac{4}{50}}$

30. Si $r + t > 0\ y\ r + 2t < 0$, ¿cuál de las siguientes declaraciones sobre t debe ser correcta?

(A) $t > 0$

(B) $t = 0$

(C) $t < 0$

(D) No puede determinarse la relación entre $t\ y\ 0$

$r + t > 0$

$\boldsymbol{t} > -r$ Se despeja para la variable t en esta ecuación

$r + 2t < 0$

$2t < -r$ Se despeja para la variable t para esta ecuación

$\boldsymbol{t} < -\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{2}}$ Se divide entre dos, y queda completamente sola la variable t

$-\boldsymbol{r} < t < -\frac{r}{2}$ **Este resultado final nos demuestra que $\boldsymbol{t} < 0$**

31. En cierta escuela hay n profesores. Si $\frac{7}{8}$ de los profesores asistieron a una conferencia y $\frac{3}{5}$ de los profesores de la escuela que asistieron eran hombres, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el número de los profesores hombres de la escuela que asistieron a la conferencia?

(I) $\frac{7}{8}\left(\frac{3n}{5}\right)$

(II) $\left(\frac{7}{8}\right)\left(\frac{3}{5}\right)n$

(III) $\left(\frac{7n}{8}\right)\left(\frac{3}{5}\right)$

Todas las opciones son correctas, ya que el orden de la multiplicación no importa

32. El promedio de los 6 números $a, a, b, b, b\ y\ b$ es 12. Si $a + b = 20$, ¿cuál es el valor de a?

Suma de los 6 números = $2a + 4b$

Promedio = $\frac{2a+4b}{6} = 12$ Si se multiplica por 6 a ambos lados, obtenemos:

$2a + 4b = 12 * 6 = 72$

De la ecuación $a + b = 20$ podemos despejar para la variable b y obtenemos:

$b = 20 - a$ Si substituimos la b de la primera ecuación por la obtenida de ésta segunda, obtenemos:

$2a + 4(20 - a) = 72$ Multiplicamos el número 4 por cada término dentro del paréntesis:

$2a + 80 - 4a = 72$ Dejamos a un lado las variables y al otro los números:

$2a - 4a = 72 - 80$ Suma simple

$-2a = -8$ se divide por (-2) en ambos lados y obtenemos el resultado final de a

$\boldsymbol{a = 4}$ **Si se necesitara hallar el valor de $\boldsymbol{b}$, solo habría que substituir $\boldsymbol{a}$ en cualquier ecuación anterior.**

33. Una compañía tiene un total de 200 empleados de los cuales el 35 por ciento son mujeres. ¿Cuántos de los empleados NO son mujeres?

Si el 35 por ciento son mujeres, entonces $100 - 35 = 65$ por ciento no son mujeres.

Número de empleados que NO son mujeres son $\boldsymbol{= 200 * .65 = 130\ empleados}$

34. El costo de alquiler de cierto tipo de equipo es de n dólares por hora por las primeras 4 horas y de m dólares por hora después de las primeras 4 horas. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el costo total, en dólares, de alquilar el equipo por 9 horas?

(A) $9n$

(B) $9m$

(C) $4n + 5m$

(D) $9n + 9m$

Las primeras 4 horas son a n dólares, y luego de esas 4 horas son m dólares, por lo tanto la representación de alquilar el equipo por 9 horas es:

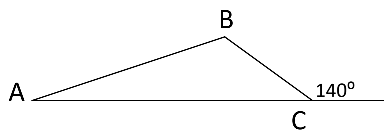
$\boldsymbol{4n + 5m}$

35. Si $x = \frac{2^5(5^2)}{2^3(5^4)}$, entonces $x =$

Cuando tenemos un problema de este tipo, es bien importante verificar que los exponentes sean todos positivos, de lo contrario, para hacer el exponente positivo, hay que subir el término del exponente negativo al numerador o bajarlo al denominador.

En este caso todos son positivos, pues se restan los exponentes que tienen las mismas bases, y el resultante se queda en el sitio (numerador o denominador) donde está el exponente mayor:

$$\boldsymbol{x = \frac{2^{5-3}}{5^{4-2}} = \frac{2^2}{5^2} = \frac{2 * 2}{5 * 5} = \frac{4}{25}}$$



36. En la figura anterior, si la medida del ángulo B es 6 veces la medida del ángulo A, ambas medidas en grados, ¿cuánto mide el ángulo A?

$°B = 6°A$

Una recta tiene 180°, por lo tanto el valor de $°C = 180° - 140° = 40°$

La suma de los tres ángulos de un triángulo es 180°

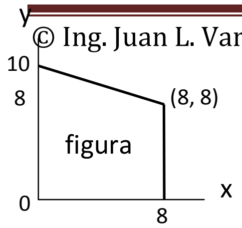
Por lo tanto, $°A + °B + °C = 180°$, si substituimos los valores de $°B, y\ °C$, obtenemos:

$°A + 6°A + 40° = 180°$

$7°A = 180° - 40°$

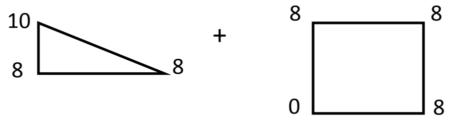
$7°A = 140°$ Se divide entre 7 a ambos lados, para despejar por A

$\boldsymbol{°A = 20°}$



37. En la figura anterior, ¿cuál es el área de la figura?

Se puede dividir en la suma de área de un triángulo, y el área de un cuadrado:



El área de un triángulo es $\frac{1}{2} * base * altura.$

$Base = 8$

$Altura = (10 - 8) = 2$

Área del triángulo = $\frac{1}{2} * 8 * 2 = \mathbf{8}$

El área de un cuadrado es $largo * ancho$

Área del cuadrado = $= 8 * 8 = 64$

Área total de la figura = 8 + 64 = 72

$$\boxed{H = C + \frac{n}{3}}$$

38. En la ecuación anterior, H es el número total de horas que se invierten en arreglar n ramos de 24 flores cada uno y C es una constante positiva. Si se invierten 5 horas en arreglar 9 ramos, ¿cuál es el número de horas que se invierten en arreglar 18 ramos?

Lo primero que tenemos que hacer, es hallar el valor de la constante C:

$$5 = C + \frac{9}{3}$$

$5 = C + 3$ Se despeja para la constante C

$$5 - 3 = C$$

$$\boldsymbol{C = 2}$$

Ahora tenemos $H = 2 + \frac{n}{3}$

$$H = 2 + \frac{18}{3} = 2 + 6 = \boldsymbol{8\ horas}$$

39. Un total de 60 horas les fueron asignadas a Jorge, Felicia y Carlos para completar un proyecto. A Jorge se le asignaron más de 20 de estas horas.

¿Cuál de las siguientes informaciones adicionales es suficiente para determinar a cuál de las tres personas se le asignó el menor número de horas?

(A) A Felicia se le asignaron más de 15 de esas horas.

No es suficiente al no saber cuántas horas mayores de 20 se le dieron a Jorge.

(B) A Felicia se le asignaron menos de 20 de esas horas

No es suficiente al no saber cuántas horas mayores de 20 se le dieron a Jorge.

(C) A Carlos se le asignaron más de 22 de esas horas

Ya con esta información es suficiente, ya que van más de 42 horas entre Jorge y Carlos, por lo que Felicia es la persona que se le asigno el menor número de horas.

(D) A Carlos se le asignaron menos de 25 de esas horas.

40. Si $xy \neq 0$ y $3ab = 2xy$, ¿cuál de las siguientes declaraciones NO es necesariamente correcta?

(A) $\frac{3a}{2y} = \frac{x}{b}$

(B) $\boldsymbol{\frac{3a}{2b} = \frac{x}{y}}$ **Según la ecuación dad $\boldsymbol{3ab = 2xy}$, las variables $\boldsymbol{X}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{Y}$, no pueden dividirse**

(C) $\frac{a}{y} = \frac{2x}{3b}$

(D) $\frac{ab}{xy} = \frac{2}{3}$